



## Lagebeziehung von Ebenen Übung

1. Bestimmen Sie knapp die gegenseitige Lage der folgenden Ebenenpaare und ermitteln Sie gegebenenfalls eine Gleichung der Schnittgeraden.

a) E:  $x_1 - 3x_3 = 3$

F:  $-3x_1 + 9x_3 = -9$

b) E:  $3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2$

F:  $x_1 + 2x_2 = 4$

c) E:  $x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4$

F:  $-\frac{1}{2}x_1 + x_2 - \frac{3}{2}x_3 = -1$

2. Geben Sie die gegenseitige Lage der beiden Ebenen in Abhängigkeit vom Parameter  $k \in \mathbb{R}$  an.

$$E: x_2 + 2x_3 = 7$$

$$F_k: k \cdot x_2 + 4x_3 = 5$$

3. Geben Sie jeweils eine Ebene an, die zu E parallel bzw. identisch ist sowie eine weitere Ebene, die E in der  $x_2 - x_3$ -Ebene schneidet.

$$E: -x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$$

## Lagebeziehung von Ebenen

### Lösung

1.

a) E und F sind identisch.

$$\text{b) } s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Aufwändiger kann man auch z.B. auch die Geradengleichungen

$$s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ bzw. } s: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 5 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ erhalten.}$$

c) E und F sind echt parallel zueinander.

2. 1. Fall:  $k = 2$  E ist parallel zu  $F_2$

2. Fall  $k \neq 2$  E und  $F_k$  schneiden sich

3. Parallel: z.B. F:  $-2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 9$

Identisch: z.B. G:  $-4x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 8$

Schnittgerade: z.B. H:  $0 \cdot x_1 - x_2 + 2x_3 = 2$